Cálculo Diferencial e Integral

1) (Junio-96) Un comerciante vende un determinado producto. Por cada unidad de producto cobra la cantidad de 5 pesetas. No obstante, si se le encargan más de 10 unidades, decide disminuir el precio por unidad y por cada x unidades cobra la siguiente cantidad:

$$C(x)=\begin{cases} 5x & si \quad 0<x\le 10 \\ \sqrt{ax^2+500} & si \quad x>10 \end{cases}$$

Se pide:

a) Hallar a para que el precio varíe de forma continua al variar el número de unidades que se compran.

b) ¿A cuánto tiende el precio de una cantidad cuando se compran "muchísimas" unidades?

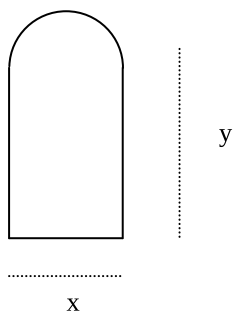
(Sol: a) a = 20; b) $\sqrt{20}$ **)**

2) (Junio-96) Dos hermanos heredan una parcela que han de repartirse en partes iguales. La parcela es la región plana encerrada entre la parábola $y=x^2$ y la recta $y=1$. Deciden dividir la parcela mediante la recta $y=a$ paralela a $y=1$. Hallar el valor de a.

(Sol: $a=\sqrt[3]{1/4}$ **)**

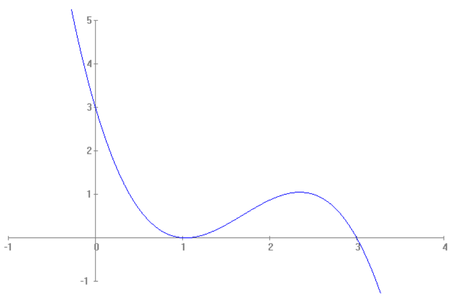
3) (Sept-96) Se considera una ventana como la que se indica en la figura (la parte inferior es rectangular; la superior una semicircunferencia). El perímetro de la ventana mide 6 m. Hallar las dimensiones "x" e "y" del rectángulo para que la superficie de la ventana sea máxima.

(Expresar los resultados en función de π)



(Sol: $x=\dfrac{12}{4+3\pi}$; $y=\dfrac{6(1+\pi)}{4+3\pi}$ **)**

4) (Sept-96) La gráfica de la figura corresponde a la primera derivada de una función $f(x)$. ¿Qué puede decirse sobre los posibles máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$?. Razonar la respuesta.



(Sol: $x=3$ **máximo)**

5) (Sept.96) Si $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$, ¿se verifica entonces que $\int_{-a}^{a} x \cdot f(x)\,dx = 0$? Si fuese siempre cierto, pruébese, si pudiera ser falso, póngase un ejemplo que lo confirme.

(Sol: No es cierto)

6) (Junio-97) Sea $f : \Re - - - - - \to \Re$ una función derivable en $\Re$; sean a y b dos raíces de la derivada $f'(x)$ tales que entre ellas no hay ninguna otra raíz de $f'(x)$. Razonar debidamente si puede ocurrir una de las siguiente posibilidades:

1º. Entre *a* y *b* no existe ninguna raíz de $f(x)$

2º. Entre *a* y *b* existe una sola raíz de $f(x)$

3º. Entre *a* y *b* existe dos o más raíces de $f(x)$

(Sol: a) y b) cierto, c) falso)

7) (Junio-97) En la perforación de un cierto pozo, se sabe que el coste de la extracción del metro cuadrado de tierra a una profundidad de *x* metros es proporcional a x^a, para un cierto *a* > 1. Llamaremos $C(x)$ al coste de extracción de tierra del pozo, desde la superficie hasta la profundidad de *x* metros. Sabiendo que $C(2) = 8\sqrt{2}\, C(1)$, se pide:

1º. Hallar a.

2º. Hallar la profundidad h para la que $C(h) = 128\, C(1)$

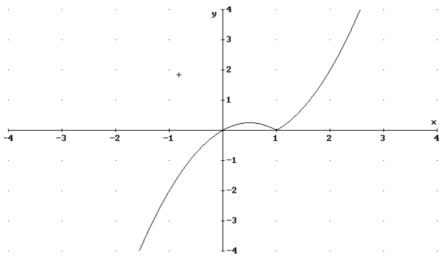
(Sol: a) a = 5/2 ; b) h = 4)

8) (Sept-97) Sea la función $f(x) = x \cdot |x-1|$. Se pide:

a) Hacer un dibujo aproximado de la gráfica de la función.

b) Estudiar la derivabilidad de la función en $x = 1$

c) Calcular el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abcisas y las rectas $x = 0$ y $x = 1$



(Sol: b) No derivable en x = 1 ; c) S = 1/6)

9) (Sept-97) ¿Hay alguna función $f(x)$ que no tenga límite cuando $x \to 2$, y que sin embargo, $[f(x)]^2$ si tenga límite cuando $x \to 2$? Si la respuesta es afirmativa, póngase un ejemplo; si es negativa, fustifíquese.

(Sol: Falso, ejemplo $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 2 \\ -1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$**)**

10) (Sept-97) Sea $f(x)$ una función tal que, para cualquiera que sea $x > 0$ se cumple que $\int_{-x}^{0} f = -\int_{0}^{x} f$. Pruébese que, entonces, se verifica que $f(-x) = -f(x)$ para todo $x > 0$.

11) (Junio-98) Calcular el valor de la integral $\int_{-\pi}^{2\pi} |x| \cdot \operatorname{sen} x \, dx$

(Sol: $-\pi$ **)**

12) (Junio-98) Se considera la ecuación $x^3 + \lambda x^2 - 2x = 1$. Utilizando el Teorema de Bolzano de los valores intermedios,

a) Probar que si $\lambda > 2$, la ecuación admite alguna solución menor que 1.

b) Probar que si $\lambda < 2$, la ecuación admite alguna solución mayor que 1.

13) (Junio-98) a) Determinar las funciones (definidas sobre toda la recta real y que toman valores reales) que satisfacen la condición de que la pendiente de la recta tangente en un punto genérico (x, y) de su gráfica viene dada por la expresión $x \cdot e^x$

b) Hallar los máximos y los mínimos locales y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de aquella de las funciones del apartado anterior que pasa por el punto (0,1).

(Sol: a) $f(x) = e^x (x-1) + C$ **b)** $f(x) = e^x (x-1) + 2$ **(0,1) mín ;** $(-\infty, 0) \downarrow$ **;** $(0, +\infty) \uparrow$ **)**

14) (Sept-98) En cada uno de los siguientes apartados indicar un ejemplo que muestre que el enunciado es falso. Justificar la respuesta.

a) La suma de dos funciones discontinuas es una función discontinua.

b) Toda función continua es derivable.

(Sol: Falsas las dos)

15) (Sept-98) Calcular: a) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\operatorname{sen} x(1 - \operatorname{sen} x)}{\cos^2 x}$ b) $\int_1^2 Lnx \, dx$

(Sol: a) $1/2$ **; b)** $2 \cdot \ln 2 - 1$ **)**

16) (Sept-98) Se considera un círculo de radio r

a) Probar que el rectángulo de área máxima inscrito en el círculo dado es un cuadrado.

b) Considerando el círculo inscrito en dicho cuadrado, calcular el cociente entre las áreas de los dos círculos.

(Sol: a) Cuadrado de lado $l = r \cdot \sqrt{2}$ **; b)** $1/2$ **)**

17) (Junio-99) Hallar la longitud de los lados del triángulo isósceles de área máxima cuyo perímetro sea 60 m.

(Sol: Equilátero de lado 20)

18) (Junio-99) Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2+nx & si \quad x<-2 \\ x^3+m & si \quad x\geq -2 \end{cases}$

a) Determinar *m* y *n* para que se cumplan las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo [-4,2]

b) Hallar los puntos del intervalo cuya existencia garantiza dicho teorema.

(Sol: a) m = -20; n = 16 ; b) $x=-5$; $x=\pm\sqrt{2}$ **)**

19) (Junio-99) Se considera la función $f(x)=\begin{cases} e^{-x}-1 & si \quad x\leq 0 \\ x^2+x & si \quad x>0 \end{cases}$

Contestar razonadamente a las siguientes preguntas:

a) ¿Es continua en el punto $x=0$?

b) ¿Es derivable en el punto $x=0$?

c) ¿Alcanza algún extremo?

(Sol: a) Si ; b) No; c) x = 0 mínimo)

20) (Sept-99) Se considera un triángulo isósceles cuya base (el lado desigual) mide 10 cm. y cuya altura mide 6 cm. En él se inscribe un rectángulo, cuya base está situada sobre la base del triángulo.

a) Expresar el área *A* de dicho rectángulo en función de la longitud *x* de su base.

b) Escribir el dominio de la función $A(x)$ y dibujar su gráfica.

c) Hallar el valor máximo de dicha función.

(Sol: a) $A(x)=-\dfrac{3x^2}{5}+6x$ **; b) D = R; c) x = 5)**

21) (Sept-99) Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada cuya capacidad sea de 8 dm^3. Averiguar las dimensiones de la caja para que la superficie exterior sea mínima.

(Sol: Cubo de lado 2 dm^3)

22) (Sept-99) a) Comprobar que $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\ln(x+1)-\ln(x)\right)=0$

b) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\ln(x+1)-\ln(x)\right)$

(Sol: b) 1)

23) (Junio-00) Sea $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ un polinomio que cumple $f(1)=0,\ f'(0)=2$, y tiene dos extremos relativos en $x=1$ y $x=2$

a) Determinar *a*, *b*, *c* y *d*

b) ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos?

(Sol: a) a = 1/3, b = -3/2, c = 2, d = -5/6 ; b) 1 max ; 2 min)

24) (Junio-00) Sean las funciones $f(x)=x^2$ y $g(x)=x^3$. Determinar el área encerrada por las gráficas de ambas funciones y la recta $x=2$.

(Sol: 3/2)

25) (Junio-00) a) Si es posible, dibujar de forma clara la gráfica de una función continua en el intervalo [0,4] que tenga al menos un máximo relativo en el punto (2,3) y un mínimo relativo en el punto (3,4).

b) Si la función fuera polinómica, ¿cuál ha de ser como mínimo su grado?

26) (Sept-00) Sea la función $f(x)=2x+\text{sen}\,2x$

a) Determinar si tiene asíntotas de algún tipo

b) Estudiar su monotonía y la existencia de extremos relativos

(Sol: a) No tiene ; b) Creciente salvo en $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ **)**

27) (Sept-00) Dados tres números reales cualesquiera r_1, r_2, r_3, hallar el número real que minimiza la función $D(x)=(r_1-x)^2+(r_2-x)^2+(r_3-x)^2$

(Sol: $\frac{r_1+r_2+r_3}{3}$ **)**

28) (Sept-00) Sea la función $f(x)=x^4-4x^3+x^2+6x$

a) Determinar los puntos de corte de su gráfica con los ejes y los intervalos de crecimiento y decrecimiento

b) Esbozar la gráfica de la función

c) Calcular el área determinada por la gráfica de f, el eje horizontal y las rectas $x=-1$, $x=2$

(Sol: a) (0,0), (-1,0), (2,0), (3,0) ; b) $\left(-\infty,\frac{2-\sqrt{10}}{2}\right)\downarrow,\left(\frac{2-\sqrt{10}}{2},1\right)\uparrow,\left(1,\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)\downarrow,\left(\frac{2+\sqrt{10}}{2},+\infty\right)\uparrow$ **; c) 98/15)**

29) (Junio-01) Sea la función $f(x)=sen\,x$

a) Calcular $a>0$ tal que el área encerrada por la gráfica de f, el eje $y=0$, y la recta $x=a$, sea $\frac{1}{2}$

b) Calcular la ecuación de la tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa $x=\frac{\pi}{2}$

c) Calcular el área de la superficie encerrada por la tangente anterior, la gráfica de la función f y la rectas $x=\frac{\pi}{4}$ y $x=\frac{3\pi}{4}$

(Sol: a) $a=\frac{\pi}{3}$ **; b)** $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+\frac{\sqrt{2}}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ **; c) 0.57)**

30) (Junio-01) Sea la función real de variable real definida por $f(x)=\begin{cases}(2-x)^3 & si\ x\le 1\\ x^2 & si\ x>1\end{cases}$

a) Razonar si la función es continua en toda la recta real.

b) Razonar si f es derivable en toda la recta real.

c) Determinar el área encerrada por la gráfica de f y por las rectas $y=8,\ x=0,\ x=2$.

(Sol: a) Si es continua; b) Es derivable en $\Re-\{1\}$; c) $\frac{119}{2}$)

31) (Junio-01) a) Determinar los extremos relativos de la función $f(x)=x^2-4x+2$. Dibujar su gráfica.

b) Hallar las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de f que pasan por el punto $P(3,-5)$.

(Sol: a) (2,-2) min ; b) $y+1=-2(x-1)$; $y-7=6(x-5)$)

32) (Sept-01) Se consideran las funciones $f(x)=x^2-2x+3$ y $g(x)=ax^2+b$

a) Calcular *a* y *b* para que las gráficas de *f* y *g* sean tangentes en el punto de abcisa $x=2$.

b) Para los valores de *a* y *b* calculados en el apartado anterior, dibujar las gráficas de ambas funciones y hallar la ecuación de la recta tangente común.

c) Para los mismos valores de *a* y *b*, hallar el área limitada por las gráficas de las funciones y el eje vertical.

(Sol: a) $a=\frac{1}{2}$; b) $2x-y-1=0$; c) $\frac{4}{3}$)

33) (Sept-01) Sea la función $f(x)=\dfrac{1}{1+e^t}$

a) Calcular $\int f(t)\,dt$

b) Se define $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$. Calcular $\lim_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}$

(Sol: a) $t-\ln\left(1+e^t\right)+C$; b) $\frac{1}{2}$)

34) (Sept-01) Sea $P(x)$ un polinomio de grado 4 tal que:

i) $P(x)$ es una función par

ii) Dos de sus raíces son $x=1,\ x=-\sqrt{5}$

iii) $P(0)=5$

Se pide: a) Hallar sus puntos de inflexión.

b) Dibujar su gráfica.

(Sol: a) $P(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ **; (1,0), (-1,0) PI)**

35) (Junio-02) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \dfrac{1}{x^2+3}$

a) Hallar la ecuación cartesiana de la recta tangente en el punto de inflexión de abscisa positiva de la gráfica de f.

b) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f, la recta anterior y el eje $x = 0$

(Sol: a) $x + 8y - 3 = 0$ **; b)** $\dfrac{5}{16} - \dfrac{\pi\sqrt{3}}{18}$ **)**

36) (Junio-02) Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+3x+1}{x} & si \quad x \geq -1 \\ \dfrac{2x}{x-1} & si \quad x < -1 \end{cases}$$

a) Estudiar el dominio y la continuidad de f.

b) Hallar las asíntotas de la gráfica de f.

c) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y las rectas $y = 0, x = 1, x = 2$.

(Sol: a) D = $\Re - \{0\}$**; Continua en** $\Re$ **; b)** $x = 0$ **;** $y = x + 3$ **; c)** $\dfrac{9}{2} + \ln 2$ **)**

37) (Sept-02) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$

a) Determinar sus máximos y mínimos relativos.

b) Calcular el valor de $a > 0$ para el cual se verifica la igualdad $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = 1$

(Sol: a) $\left(-1, \dfrac{1}{2}\right)$ **min ,** $\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$ **max ; b)** $a = \sqrt{e^2 - 1}$ **)**

38) (Sept-02) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-2} & \text{si} \quad x \geq 2 \\ x(x-2) & \text{si} \quad x < 2 \end{cases}$

a) Estudiar su continuidad y derivabilidad.

b) Hallar la ecuación cartesiana de la recta tangente a la gráfica de f en el punto (3,1).

Sol: a) Cont. en $\Re$ **, Deriv. en** $\Re - \{2\}$ **; b)** $x - 3y = 0$

39) (Sept-02)) Sea $f(x)$ una función real de variable real, derivable y con derivada continua en todos los puntos y tal que $f(0)=1$; $f(1)=2$; $f'(0)=3$; $f'(1)=4$.

Se pide:

a) Calcular $g'(0)$, siendo $g(x)=f\left(x+f(0)\right)$.

b) Calcular $\lim_{x\to 0}\frac{2\left(f(x)\right)^2-f(x+1)}{e^x-1}$.

(Sol: a) 4 ; b) 8)

40) (Junio-03) Calcular los siguientes límites

a) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos(3x))}{\ln(\cos(2x))}$ b) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{4x}$

(Sol: a) $\frac{9}{4}$ **; b)** $\frac{1}{8}$ **)**

41) (Junio-03) Dada la función $f(x)=\frac{x^5-x^8}{1-x^6}$

a) Encontrar los puntos de discontinuidad de *f*. Determinar razonadamente si alguna de las discontinuidades es evitable.

b) Estudiar si f tiene alguna asíntota vertical.

(Sol: a) $x=-1$ **no evitable,** $x=1$ **evitable ; b)** $x=-1$**)**

42) (Junio-03) a) Dibujar la gráfica de $g(x)=e^x-x$

b) Calcular el dominio de definición de $f(x)=\frac{1}{e^x-x}$ y su comportamiento para $x\to\infty$ y $x\to-\infty$

c) Determinar (si existen) los máximos y mínimos absolutos de $f(x)$ en su dominio de definición.

(Sol: b) D = $\Re$ **; Ambos límites cero; c) 0 max.abs)**

43) (Sept-03) Sea la función $f(x)=\frac{sen\,x}{2-\cos x}$ definida en el intervalo cerrado y acotado $[-2\pi,2\pi]$. Se pide:

a) Calcular los puntos del intervalo dado donde f alcanza sus valores máximo y mínimo absolutos.

b) Calcular $\int_0^{\pi/3} f(x)\,dx$

(Sol: a) $x=-\pi/3$**,** $x=5\pi/3$ **min;** $x=\pi/3$ **max ; b)** $\ln(3/2)$**)**

44) (Sept-03) Sea la función $f(x)=2x\cdot|4-x|$

a) Estudiar su continuidad y derivabilidad.

b) Dibujar su gráfica.

c) Calcular el área del recinto acotado por la gráfica $y = f(x)$, las rectas $x = 0$, $x = 5$, y el eje OX.

(Sol: a) Continua en $\Re$, Deriv en $\Re - \{4\}$; c) 26

45) (Junio-04) Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima.

(Sol: Base $= \frac{8}{3}$ **; Altura** $= \frac{4\sqrt{3}}{3}$ **)**

46) (Junio-04) Se considera la función $f(x) = \dfrac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$

a) Calcular las asíntotas, el máximo y el mínimo absolutos de la función $f(x)$.

b) Calcular $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.

(Sol: a) (-1/2,2) Max. , (1/2,0) Min.., $y = 1$ Asíntota ; b) $1 - \frac{1}{2}\ln 5$

47) (Junio-04) Dada la función $f(x) = 1 - x^2$, se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $P(a, f(a))$, donde $0 < a < 1$.

b) Hallar los puntos A y B en los que la recta hallada en el apartado a) corta a los ejes vertical y horizontalmente respectivamente.

c) Determinar el valor $a \in (0,1)$ para el cual la distancia entre el punto A y el punto $P(a, f(a))$ es el doble de la distancia entre el punto B y el punto $P(a, f(a))$.

(Sol: a) $y = 1 + a^2 - 2ax$ **; b)** $A\left(0, 1+a^2\right)$ **;** $B\left(\frac{1+a^2}{2a}, 0\right)$**; c)** $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **)**

48) (Sept-04) Sabiendo que una función $f(x)$ tiene como derivada $f'(x) = (x-4)^2(x^2 - 8x + 7)$

a) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) Hallar los máximos y los mínimos relativos de f.

c) ¿Es el punto $x = 4$ un punto de inflexión de f? Justificar razonadamente la respuesta.

(Sol: a) $(-\infty,1) \cup (7,+\infty) \uparrow$, $(1,7) \downarrow$ **b)** $x = 1$ **Max.,** $x = 7$ **Min ; c)** $x = 4$ **P Inf)**

49) (Sept-04) Sea la función $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$

a) Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.

b) Dibujar la gráfica de la función, utilizando la información obtenida en el apartado anterior, teniendo en cuenta, además, que f tiene exactamente tres puntos de inflexión cuyas abcisas son $x_1 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{2}$, $x_3 = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$, respectivamente.

c) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función f, el eje OX, la recta $x=0$, y la recta $x=2$.

(Sol: a) (0,1) Max. , (-1,-1) Min.., $y=0$ Asíntota ; c) $S=6/7$)

50) (Junio-05). Sea $f(x)$ una función derivable en (0,1) y continua en [0,1], tal que $f(1)=0$ y $\int_0^1 2x\cdot f'(x)\,dx=1$. Utilizar la fórmula de integración por partes para hallar $\int_0^1 f(x)\,dx$

(Sol: -1/2)

51) (Junio-05) Calcular un polinomio de tercer grado $p(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ sabiendo que verifica:

a) Tiene un máximo relativo en $x=1$

b) Tiene un punto de inflexión en el punto de coordenadas (0,1)

c) Se verifica: $\int_0^1 p(x)\,dx=5/4$

(Sol: $\frac{-x^3}{5}+\frac{3x}{5}+1$)

52) (Junio-05) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\left[arctg\left(e^x\right)-\frac{\pi}{2}\right]$

(Sol: a) 1; b) 0)

53) (Sept-05) Dada la función $f(x)=\frac{1}{x}$ se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto $(a,f(a))$ para $a>0$

b) Hallar los puntos de corte de la recta tangente hallada en el apartado a) con los dos ejes coordenados.

c) Hallar el valor de $a>0$ que hace que la distancia entre los dos puntos hallados en b) sea mínima.

(Sol: a) $y=\frac{2}{a}-\frac{x}{a^2}$; b) (2a,0), (0,2/a); c) a=1)

54) (Sept-05) Dada la función $f(x)=ln\dfrac{x^2}{x-1}$ donde *ln* significa *logaritmo neperiano*, definida para $x>1$, hallar un punto $(a, f(a))$ tal que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en ese punto sea paralela al eje OX.

(Sol: $(2,\ln 4)$ **)**

55) (Sept-05) Se considera la función: $f(x)=\dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$

a) Calcular los extremos locales y/o globales de la función $f(x)$.

b) Determinar el valor del parámetro *a* tal que: $\int_0^a f(x)\,dx=1/4$

(Sol: a) (0,1/4) max. Absoluto, no tiene mínimos ; b) $a=\ln 3$**)**

56) (Junio-06) a) Dibujar la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$ indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

b) Demostrar que la sucesión $a_n=\dfrac{2n}{n+1}$ es monótona creciente.

c) Calcular $\lim\limits_{n\to\infty} n^2(a_{n+1}-a_n)$

(Sol: c) 2)

57) (Junio-06) a) Estudiar y representar gráficamente la función: $f(x)=\dfrac{1}{(x-2)^2}$

b) Hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función anterior y las rectas $y=1,\ x=5/2$

(Sol: b) 1/2)

58) (Sept-06) Calcular $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x^2+2x}$

(Sol: (1/3) ln (3/2))

59) (Sept-06) Dada la función $f(x)=xe^{2x}$, se pide:

a) Dibujar su gráfica indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de convexidad y puntos de inflexión.

b) Calcular el área comprendida entre el eje OX y la gráfica de $f(x)$ entre $-1\le x\le 1$

(Sol: $(-\infty,-1)\downarrow;(-1,+\infty)\uparrow$ **;** $x=-1$ **min ;** $(-\infty,-1/2)\cap;(-1/2,+\infty)\cup$ **;** $x=-1/2$ **inflex ;** $S=\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{3}{4}e^{-2}$**)**

60) (Junio-07) Se considera la función $f(x)=x^2+m$, donde $m>0$ es una constante.

a) Para cada valor de m hallar el valor de $a>0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ pase por el origen de coordenadas.

b) Hallar el valor de m para que la recta $y=x$ sea tangente a la gráfica de $f(x)$.

(Sol: a) $a=\sqrt{m}$ **; b)** $m=1/4$ **)**

61) (Junio-07) Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-12}{x^2+4}$. Calcular el área de la región acotada encerrada por su gráfica y el eje OX.

(Sol: $\dfrac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}$ **)**

62) (Junio-07) Dibujar la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{|x|}{2-x}$ indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

(Sol: $D=R$ **;** $(0,2)\cup(2,+\infty)\uparrow$, $(-\infty,0)\downarrow$ **)**

63) (Sept-07) a) Hallar los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x)=\frac{3x^2+x+3}{x^2+1}$$

b) Determinar una función $F(x)$ tal que su derivada sea $f(x)$ y además $F(0)=4$

(Sol: a) $x=-1$ **min;** $x=1$ **max ;** $x=0, x=\pm\sqrt{3}$ **PI ; b)** $F(x)=3x+\dfrac{1}{3}\ln(x^2+1)+4$ **)**

64) (Sept-07) Sea $g(x)$ una función continua y derivable para todo valor real de x, de la que se conoce la siguiente información:

i) $g'(x)>0$ para todo $x\in(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$, mientras que $g'(x)<0$ para todo $x\in(0,2)$.

ii) $g''(x)>0$ para todo $x\in(1,3)$ y $g''(x)<0$ para todo $x\in(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$

iii) $g(-1)=0$, $g(0)=2$, $g(2)=1$

iv) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ y $\lim_{x\to+\infty} g(x)=3$

Teniendo en cuenta los apartados anteriores, se pide:

a) Dibujar de manera esquemática la gráfica de la función $g(x)$

b) Si $G(x)=\int_0^x g(t)\,dt$ encontrar un valor x_0 tal que su derivada $G'(x_0)=0$

(Sol: $x_0=-1$ **)**

65) (Junio-08) Estudiar los siguiente límites:

a) $\lim_{x\to+\infty}(e^x - x^2)$ b) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{4^x+5^x}{3^x+6^x}$

(Sol: a) ∞ **; b) 0)**

66) (Junio-08) Obtener los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = x\cdot(\ln(x))^2$$

(Sol: $(e^{-2}, 4e^{-2})$ **max,** $(1,0)$ **min;** (e^{-1}, e^{-1}) **PI)**

67) (Junio-08) a) Para cada $c>0$, calcular el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función $f(x) = cx^4 + \dfrac{1}{c}x^2 + 1$, el eje OX y las rectas $x=0$, $x=1$.

b) Hallar el valor de c para el que el área obtenida en el apartado a) es mínima.

(Sol: a) $A(c) = \dfrac{3c^2+15c+5}{15c}$ **; b)** $c=\sqrt{\dfrac{5}{3}}$ **)**

68) (Sept-08) Dada la función $f(x) = e^{-x}\cdot(x^2+1)$, se pide:

a) Dibujar la gráfica de f, estudiando el crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión y asíntotas.

b) Calcular $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$

(Sol: $3-\dfrac{6}{e}$ **)**

69) (Sept-08) a) Calcular $\displaystyle\int x^3\ln(x)\,dx$, donde ln($x$) es el logaritmo neperiano de x.

b) Utilizar el cambio de variable $x = e^t - e^{-t}$ para calcular $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}\,dx$

<u>*Indicación*</u>: Para deshacer el cambio de variable utilizar: $t = \ln\left(\dfrac{x+\sqrt{x^2+4}}{2}\right)$

(Sol: a) $\dfrac{x^4\ln x}{4} - \dfrac{x^4}{16} + C$ **; b)** $\ln\left(\dfrac{x+\sqrt{x^2+4}}{2}\right) + C$ **)**

70) (Junio-09) Calcular el siguiente límite: $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{\alpha x^2+4x+8}\right)^{(x+1)}$ según los valores del parámetro α

(Sol: 1, si $\alpha \neq 0$ **; 1/4 si** $\alpha = 0$ **)**

71) (Junio-09) Calcular la integral: $\int_0^x t^2 e^{-t} dt$

(Sol: $F(x) = 2 - e^{-x}(x^2 + 2x + 2)$ **)**

72) (Junio-09) Si la derivada de la función $f(x)$ es: $f'(x) = (x-1)^3(x-5)$, obtener:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f

b) Los valores de x en los cuales f tiene máximos y mínimos relativos, o puntos de inflexión.

c) La función f sabiendo que $f(0) = 0$

(Sol: a) $(-\infty,1) \cup (5,+\infty) \uparrow$, $(1,5) \downarrow$ **; b)** $x = 1$ **max,** $x = 5$ **min,** $x = 4$ **PI ; c)** $f(x) = \frac{x^5}{5} - 2x^4 + 6x^3 - 8^2 x + 5x$ **)**

73) (Sept-09) Dada la función: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+ax) - bx}{x^2} & si \quad 1 + ax > 0,\ x \neq 0 \\ -\dfrac{1}{2} & si \qquad x = 0 \end{cases}$. Se pide:

a) Hallar los valores de los parámetros a y b para los cuales la función f es continua en $x = 0$

b) Para $a = b = 1$, estudiar si la función f es derivable en $x = 0$ aplicando las definición de derivada.

(Sol: a) $a = b = -1$ **ó** $a = b = 1$ **; b)** $f'(0) = \frac{1}{3}$ **)**

74) (Sept-09) a) Dada la función: $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$, hallar el punto o los puntos de la gráfica de f en los que la pendiente de la recta tangente sea 1.

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $x = 0$.

c) Sea g una función derivable con derivada continua en toda la recta real, y tal que $g(0) = 0, g(2) = 2$. Demostrar que existe al menos un punto c en el intervalo (0,2) tal que $g'(c) = 1$

(Sol: a) $x = 0$**,** $x = \pm\sqrt{3}$ **; b)** $y = x$ **)**

75) (Junio-10 –Fase General) Dada la función: $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$, se pide:

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

b) Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)$.

c) Hallar las asíntotas y dibujar la gráfica de $f(x)$.

d) Hallar el área del recinto acotado que limitan la gráfica de Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)$, el eje de abcisas y las rectas $y = x+2$, $x=1$

(Sol: a) $(-\infty,0)\uparrow$, $(0,+\infty)\downarrow$ **; b)** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{7}{4}\right)$. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{7}{4}\right)$ **c)** $y=1$ **; d)** $3+\frac{\pi}{4}$ **)**

76) (Junio-10 –Fase General) Dada la función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}\ln x}{2^x} & si \quad x>0 \\ x+k & si \quad x\le 0 \end{cases}$, se pide:

a) Determinar el valor de k para que la función sea continua en R.

b) Hallar los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

c) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abcisa $x=1$

(Sol: a) $k=0$ **; b) (0,0) , (1,0) ; c)** $y=\frac{x-1}{2}$ **)**

77) (Junio-10 –Fase Específica) Hallar:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{\sqrt[3]{3+5x-8x^3}}{1+2x}\right]^{25}$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+4x^3\right)^{2/x^3}$

(Sol: a) -1 ; b) e^8 **)**

78) (Junio-10 –Fase Específica) Dada la función $f(x)=\ln(x^2+4x-5)$, se pide:

a) Determinar el dominio de definición de $f(x)$ y las asíntotas verticales de su gráfica.

b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$

(Sol: a) $D=(-\infty,-5)\cup(1,+\infty)$ **;** $x=1, x=-5$ **; b) Siempre decrece)**

79) (Junio-10 –Fase Específica) Dadas las funciones $y=9-x^2$, $y=2x+1$ se pide:

a) Dibujar las gráficas de las dos funciones identificando el recinto acotado por ellas.

b) Calcular el área de dicho recinto acotado.

c) Hallar el volumen del cuerpo de revolución obtenido al hacer girar alrededor del eje OX el recinto acotado por la gráfica de $y=9-x^2$ y el eje OX.

(Sol: b) 36 ; c) $\frac{1296\pi}{5}$ **)**

80) (Septiembre-10 –Fase General) Calcular los límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\arctan x\right)^{a/x}$ b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+2e^x}{5x+5e^x}$

(Sol: a) e^{a} **; b) 2/5)**

81) (Septiembre-10 –Fase General) Calcular:

a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cdot\cos x\,dx$

(Sol: a) $2-\sqrt{3}$ **; b) -2)**

82) (Septiembre-10 –Fase General) Los puntos $P(1,2,1), Q(2,1,1)$ y $A(a,0,0)$ con $a>3$, determinan un plano π que corta a los semiejes positivos *OY* y *OZ* en los puntos *B* y *C* respectivamente. Calcular el valor de *a* para que el tetraedro determinado por los puntos *A*, *B*, *C* y el origen de coordenadas tenga volumen mínimo.

(Sol: $a=9/2$ **)**

83) (Septiembre-10 –Fase Específica) Obtener el valor de *a* para que $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-3}{x^2+3}\right)^{ax^2}=4$

(Sol: $a=-\dfrac{\ln 2}{3}$ **)**

84) (Septiembre-10 –Fase Específica) Hallar:

a) $\displaystyle\int_{14}^{16}(x-15)^8\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^{11}(x-10)^{19}(x-9)\,dx$

(Sol: a) 2/9 ; b) 2/21)

85) (Septiembre-10 –Fase Específica) Dada la función: $f(x)=\dfrac{3x^2+5x-20}{x+5}$

a) Estudiar y obtener las asíntotas.

b) Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad.

c) Representar gráficamente la función.

(Sol: a) Asíntotas $x=5$**,** $y=3x-10$ **; b)** $(-\infty,-5)\cap$; $(-5,+\infty)\cup$ **)**

86) (Junio-11) a) Calcular la integral $\displaystyle\int_1^2 x\sqrt{4+5x^2}\,dx$

b) Hallar los valores mínimo y máximo absolutos de la función $f(x)=\sqrt{12-3x^2}$

(Sol: a) 316/15 ; b) Max Abs $(0,\sqrt{12})$ **, Min Abs** $(-2,0),(2,0)$ **)**

87) (Junio-11) a) Calcular el siguiente límite: $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}$

b) Demostrar que la ecuación $4x^5+3x+m=0$ solo tiene una raíz real, cualquiera que sea el número *m*. Justificar la respuesta indicando que teoremas se usan.

(Sol: a) 1)

88) (Junio-11) Dada la función: $f(x)=\dfrac{ax^4+1}{x^3}$

a) Determinar el valor de *a* para el que la función posee un mínimo relativo en $x=1$. Para ese valor de *a*, obtener los otros puntos en que f tiene un extremos relativo.

b) Obtener las asíntotas de la gráfica de $y=f(x)$ para $a=1$

c) Esbozar la gráfica de la función para $a=1$

(Sol: a) $a=3$ **; b)** $x=0,\ y=x$ **)**

89) (Sept-11) a) Calcular los límites: $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2}{4+e^{-(x+1)}}$ y $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{2}{4+e^{-(x+1)}}$

b) Calcular la integral $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2}\,dx$

c) Hallar el dominio de definición de la función $f(x)=\sqrt{x^2-9x+14}$. Hallar el conjunto de puntos en los que la función tiene derivada

(Sol: a) 1/2 , 0 ; b) $\frac{1}{3}\ln 2$ **; c)** $(-\infty,2]\cup[7,+\infty)$ **, Derivable en** $(-\infty,2)\cup(7,+\infty)$ **)**

90) (Sept-11) Dada la función: $f(x)=\begin{cases} e^{1/x} & si \quad x<0 \\ k & si \quad x=0 \\ \dfrac{\cos x-1}{sen\ x} & si \quad x>0 \end{cases}$, hallar el valor de *k* para que f sea continua en $x=0$. Justificar la respuesta.

(Sol: k = 0)

91) (Sept-11) a) Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)=-sen\ x$ y el eje *OX* entre las abcisas $x=0$ y $x=2\pi$.

b) Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de $f(x)=-sen\ x$ alrededor del eje *OX* entre las abcisas $x=0$ y $x=2\pi$.

(Sol: a) 4 ; b) π^2 **)**

92) (Junio-12) Hallar *a*, *b* y *c* de modo que la función: $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ alcance en $x=1$ un máximo relativo de valor 2, y tenga en $x=3$ un punto de inflexión.

(Sol: a = -9 , b = 15, c = -5)

93) (Junio-12) Calcular razonadamente las siguientes integrales definidas:

a) $\int_0^{\pi} e^{2x}\cos x\,dx$ b) $\int_0^{\pi/2} \frac{sen\,2x}{1+\cos^2 2x}\,dx$

(Sol: a) $-\frac{2}{5}(e^{2\pi}+1)$ **; b)** $\frac{\pi}{4}$ **)**

94) (Junio-12) Dadas las funciones:

$f(x)=\frac{3x+\ln(x+1)}{\sqrt{x^2-3}}$, $g(x)=(\ln x)^x$, $h(x)=sen(\pi-x)$, se pide:

a) Hallar el dominio de $f(x)$ y el $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b) Calcular $g'(e)$

c) Calcular, en el intervalo $(0,2\pi)$, las coordenadas de los puntos de corte con el eje de abcisas y las coordenadas de los extremos relativos de $h(x)$

(Sol: a) $D=(\sqrt{3},+\infty)$ **, Lim = 3 ; b) 1 ; c) Cortes: (0,0) ,** $(\pi,0)$ **;** $\frac{\pi}{2}$ **max ,** $\frac{3\pi}{2}$ **min)**

95) (Sept-12) Dada la función $f(x)=\begin{cases} 3x+A & si\ x\le 3 \\ -4+10x-x^2 & si\ x>3 \end{cases}$

a) Hallar el valor de *A* para que $f(x)$ sea continua. ¿Es derivable para ese valor de *A*?

b) Hallar los puntos en los que $f'(x)=0$

c) Hallar el máximo y el mínimo absoluto de $f(x)$ en el intervalo $[4,8]$

(Sol: a) $A=8$ **, no derivable ; b)** $(5,21)$ **; c)** $(5,21)$ **max abs;** $(8,12)$ **min abs)**

96) (Sept-12) Dada la función $f(x)=x^2 sen\,x$, se pide:

a) Determinar, justificando la respuesta, si la ecuación $f(x)=0$ tiene alguna solución en el intervalo abierto $(\pi/2,\pi)$

b) Calcular la integral de f en el intervalo $[0,\pi]$

c) Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de $y=f(x)$ en el punto $(\pi, f(\pi))$.

Recuérdese que la recta normal es la recta perpendicular a la recta tangente en dicho punto.

(Sol: a) No tiene solución ; b) π^2-4 **; c)** $y=\frac{1}{\pi^2}(x-\pi)$ **)**

97) (Junio-13) Dada la función $f(x)=\frac{x^3}{(x-3)^2}$, se pide:

a) Hallar las asíntotas de su gráfica

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abcisa $x=2$

(Sol: a) x=3 AV; y=x+6 AO ; b) $y-8=28(x-2)$ **)**

98) (Junio-13) Calcular las siguientes integrales:

a) $\int \frac{x-3}{x^2+9}\,dx$ b) $\int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3}\,dx$

(Sol: a) $\frac{1}{2}\ln(x^2+9)-arctg\left(\frac{x}{3}\right)+C$ **; b)** $\frac{21}{8}-\ln 2$ **)**

99) (Junio-13) Dada la función $f(x)=2\cos^2 x$, se pide:

a) Determinar los extremos absolutos de $f(x)$ en $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

b) Determinar los puntos de inflexión de $f(x)$ en $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

c) Calcular $\int_0^{\pi/2} f(x)\,dx$

(Sol: a) $x=0$ **max. abs;** $x=\pm\frac{\pi}{2}$ **min. abs ; b)** $x=\pm\frac{\pi}{4}$ **PI ; c)** $\frac{\pi}{2}$ **)**

100) (Sept-13) Dada la función $f(x)=\frac{4}{x-4}+\frac{27}{2x+2}$, se pide:

a) Hallar las asíntotas de su gráfica.

b) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y calcular sus puntos de inflexión.

c) Esbozar la gráfica de la función.

(Sol: a) $x=-1$**,** $x=3$**,** $y=0$**; b) Decrece en su dominio;** $PI=\left(2,\frac{5}{2}\right)$ **)**

101) (Sept-13) Dada la función $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$, se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x=0$.

b) Calcular $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$.

(Sol: a) $y=x$ **; b)** $\frac{4-\pi}{4}$ **)**

102) (Sept-13) Dada la función $f(x)=e^{1/x}$, se pide:

a) Calcular $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y estudiar la existencia de $\lim_{x\to 0} f(x)$

b) Esbozar la gráfica de $y=f(x)$ determinando los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y sus asíntotas.

(Sol: a) 1, No existe; b) Decrece siempre, Asíntotas: $x=0$, $y=1$)

103) (Junio-14) a) Sea $f: R\to R$ una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abcisa $x=-2$ es un punto de inflexión de la gráfica $f(x)$ y que la recta de ecuación $y=16x+16$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en dicho punto. Determinar:

$$f(-2),\ f'(-2)\ \text{y}\ f''(-2)$$

b) Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función $g(x)=x^4+4x^3$ y el eje OX.

(Sol: a) -16, 16, 0 ; b) 256/5)

104) (Junio-14) Calcular justificadamente:

a) $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-2x-e^x+sen\,(3x)}{x^2}$ b) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{(5x^2+2)(x-6)}{(x^2-1)(2x-1)}$

(Sol: a) -1/2 ; b) 5/2)

105) (Junio-14) Dada la función $f(x)=\begin{cases} a+\ln(1-x) & si\ x<0 \\ x^2e^{-x} & si\ x\ge 0\end{cases}$

a) Calcular $\lim_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

b) Calcular el valor de a, para que $f(x)$ sea continua en todo R.

c) Estudiar la derivabilidad de f y calcular f' donde sea posible.

(Sol: a) 0 ; ∞ ; b) a=0 ; c) No derivable en $x=0$)

106) (Sept-14) Dada la función $f(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{x}{x+4}$, se pide:

a) Determinar el dominio de f y sus asíntotas.

b) Calcular $f'(x)$ y determinar los extremos relativos de $f(x)$

c) Calcular $\int_0^1 f(x)\,dx$

(Sol: a) $D=R-\{-1,-4\}$, x=-1, x=-4, y=1; b) $f'(x)=\dfrac{3x^2-12}{(x+1)^2(x+4)^2}$; c) (-2,-2) maximo, (2,2/3) minimo ; c) 9nl2-4ln5+1)

107) (Sept-14) Dada la función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{5sen\,x}{2x}+\dfrac{1}{2} & si \quad x<0 \\ a & si \quad x=0 \\ xe^{x}+3 & si \quad x>0 \end{cases}$

a) Hallar, si existe, el valor de *a* para que $f(x)$ sea continua.

b) Decir si la función es derivable en $x=0$ para algún valor de *a*

c) Calcular la integral $\displaystyle\int_{1}^{\ln 5} f(x)\,dx$

(Sol: a) a=3 ; b) No existe ; c) 8ln5-8)

108) (Junio-15) Dada la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4}+\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$, se pide:

a) Determinar el dominio de f y sus asíntotas .

b) Calcular la recta tangente a la curva $y=f(x)$ en $x=0$.

c) Calcular $\displaystyle\int f(x)\,dx$

(Sol: a) $D=(-1,2)\cup(2,+\infty)$ **, x=-1, x=2, y=0 ; b)** $y=\dfrac{3}{4}x$ **; c)** $\dfrac{1}{2}\ln\left|x^2-4\right|+\dfrac{1}{2}\left(\ln\left|x+1\right|\right)^2+C$ **)**

109) (Junio-15) Dada la función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{sen\,x}{x} & si \quad x<0 \\ xe^{x}+1 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de f .

b) Estudiar la derivabilidad de *f* y calcular *f'* donde sea posible

c) Calcular $\displaystyle\int_{1}^{3} f(x)\,dx$

(Sol: a) Continua en R ; b) Derivable en $R-\{0\}$, $f(x)=\begin{cases} \dfrac{xcoxx-sen\,x}{x^2} & si \quad x<0 \\ (x+1e)^{x} & si \quad x>0 \end{cases}$ **; c)** $2+2e^3$ **)**

110) (Sept-15) a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función: $f(x)=1+2x+3x^2+4x^3$

b) Demostrar que la ecuación $1+2x+3x^2+4x^3=0$ tiene una única solución real y localizar un intervalo de longitud 1que la contenga.

(Sol: a) Creciente en R ; b) [-1,0])

111) (Sept-15) a) Calcular la integral definida $\int_1^4 (1-x)\,e^{-x}\,dx$

b) Calcular $\lim_{x\to+\infty}(1-x)\,e^{-x}$ y $\lim_{x\to-\infty}(1-x)\,e^{-x}$

(Sol: a) $\frac{4}{e^4}-\frac{1}{e}$ **; b) 0 ,** $+\infty$ **)**

112) (Sept-15) Dada la función $f(x)=\begin{cases} a+x\ln(x) & si\ x>0 \\ x^2e^x & si\ x\le 0 \end{cases}$, se pide:

a) Calcular el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo R

b) Calcular $f'(x)$ cuando sea posible.

c) Calcular $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$

(Sol: a) $a=0$ **; b)** $f'(x)=\begin{cases} 1+\ln(x) & si\ x>0 \\ xe^x(x+2) & si\ x<0 \end{cases}$ **; c)** $2-\frac{5}{e}$ **)**